

Comment décoder les ondes

Housseem HADDAR

INRIA Saclay Ile de France / CNRS / Ecole Polytechnique (CMAP)

UniThé ou Café, Janvier, 2014



Avant propos

DeFI: Equipe projet commune [INRIA Saclay Ile de France](#) et [Ecole Polytechnique](#), hébergée au [CMAP](#)

Composition :

▶ Chercheurs permanents :

- ▶ *H. Haddar (INRIA, Chef de projet)*
- ▶ *J.R. Li (INRIA)*
- ▶ *G. Allaire (Ecole Polytechnique)*
- ▶ *O. Pantz (Ecole Polytechnique)*

▶ Assistante :

- ▶ *J. Gameiro (INRIA)*

+ 9 Thésards + 2 PostDocs

Présentation rapide de DEFI

Objectif général de notre recherche : Développer des **algorithmes numériques** rapides pour **identifier des paramètres** ou **retrouver des formes** qui optimisent un critère (**optimisation topologique de formes**) ou qui correspondent à certaines mesures (**problèmes inverses**).

Notre coeur de métier :

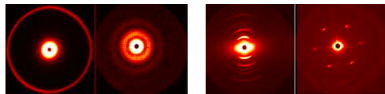
- ▶ **Analyse mathématique** des modèles physiques qui entrent en jeu dans l'optimisation ou l'inversion.
- ▶ Développement et analyse de **méthodes numériques** pour résoudre les problèmes en question.
- ▶ Développement de **prototypes de codes** pour des applications spécifiques ou de **toolbox** pour des problèmes académiques.

Le thème de mon exposé

Modèles et algorithmes pour différentes modalités utilisant les **ondes électromagnétiques** pour déterminer la **forme d'objets** (ou informations qualitatives sur la forme) à partir de certaines **mesures**.

Quelques applications

- ▶ Imagerie par des rayons X,
- ▶ Radars pour retrouver des mines,
- ▶ Recherche de défauts dans des structures,
- ▶ Imagerie bio/médicale,
- ▶ Science fiction,
- ▶ ...



Exemples de mesures SAXS

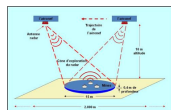
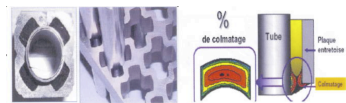


Schéma d'imagerie radar



Contrôle non destructif de tubes de combustible nucléaire

Plan de la suite

- ▶ **Les ondes électromagnétiques : exemples**
- ▶ **Le problème inverse : point de vue mathématique**
- ▶ **Exemple de l'imagerie SAXS : mesurer la pollution en nanoparticules**
- ▶ **Les micro-ondes : voir des objets enfouis (mines, fissures, cellules cancéreuses)**
- ▶ **Déjouer les ondes pour se rendre invisible**

Les ondes électromagnétiques

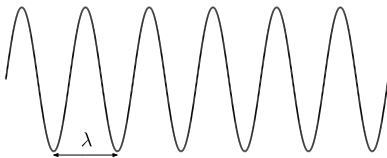
- ▶ Un **champ électromagnétique** est composé d'un **champ électrique** et d'un **champ magnétique** : le champ électromagnétique est présent partout en espace.

Les ondes électromagnétiques

- ▶ Un **champ électromagnétique** est composé d'un **champ électrique** et d'un **champ magnétique** : le champ électromagnétique est présent partout en espace.
- ▶ Une **onde électromagnétique** : un champ électromagnétique qui oscille en temps et qui se propage à une vitesse donnée (= à la vitesse de la lumière $\sim 3.10^8 m/s$ si le milieu est le vide).

Les ondes électromagnétiques

- ▶ Un **champ électromagnétique** est composé d'un **champ électrique** et d'un **champ magnétique** : le champ électromagnétique est présent partout en espace.
- ▶ Une **onde électromagnétique** : un champ électromagnétique qui oscille en temps et qui se propage à une vitesse donnée (= à la vitesse de la lumière $\sim 3.10^8 m/s$ si le milieu est le vide).
- ▶ Une onde électromagnétique est la superposition d'**ondes électromagnétiques harmoniques** : caractérisées par fréquence d'oscillation temporelle - que l'on peut traduire en une **période d'oscillation spatiale** ou **longueur d'onde** λ .



Exemples

Classement par longueur d'onde (λ) décroissante



Ondes Radio

$\lambda > 1m$

Micro-ondes

$1m \rightarrow 1mm$

IR - Lumière visible - UV

$1mm \rightarrow [0.7\mu m - 0.4\mu m] \rightarrow 10nm$

Rayons X

$\lambda < 1nm$

Gamme des Micro-ondes

$30cm \rightarrow 1m$ Télé Hertzienne

$10cm \rightarrow 30cm$ WiFi - Four micro-ondes - Téléphone portable

$1cm \rightarrow 10cm$ Satellites - Radars (aviation, météorologie, naval, etc...)

$1mm \rightarrow 1cm$ Radar militaire - cartographie - Imagerie médicale

Diffraction des ondes EM

C'est la "perturbation" du champ EM due à la présence d'un objet.

Elle est décrite par les équations de Maxwell publiées par **James Clerk Maxwell** (1831-1879)



Diffraction des ondes EM

C'est la "perturbation" du champ EM due à la présence d'un objet.

Elle est décrite par les équations de Maxwell publiées par **James Clerk Maxwell** (1831-1879)



L'épi **POEMS** (INRIA Saclay Ile de France) est spécialiste dans la simulation numérique de la diffraction des ondes...

Deux paramètres sont importants pour la physique (et le numérique)

- ▶ Le **rapport** λ/L où L désigne une taille caractéristique de l'objet
Exemple : pour un objet sphérique, $L =$ le diamètre.
- ▶ **Indice du milieu** = vitesse dans le vide / vitesse dans l'objet.

Diffraction des ondes EM

C'est la "perturbation" du champ EM due à la présence d'un objet.

Elle est décrite par les équations de Maxwell publiées par **James Clerk Maxwell** (1831-1879)



Exemple 1 : Onde sphérique générée par un point source

Diffraction des ondes EM

C'est la "perturbation" du champ EM due à la présence d'un objet.

Elle est décrite par les équations de Maxwell publiées par **James Clerk Maxwell** (1831-1879)



Exemple 2 : Onde sphérique perturbée par un X (diélectrique)

Diffraction des ondes EM

C'est la "perturbation" du champ EM due à la présence d'un objet.

Elle est décrite par les équations de Maxwell publiées par **James Clerk Maxwell** (1831-1879)



Exemple 3 : Onde diffractée = onde avec X - onde sans X

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

- ▶ C'est un problème **non-linéaire** :

$$\begin{aligned} \text{Champ diffracté par Objet 1} + \text{Champ diffracté par Objet 2} &\neq \\ \text{Champ diffracté par Objets 1 + 2} & \end{aligned}$$

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

- ▶ C'est un problème **non-linéaire** :

$$\begin{aligned} \text{Champ diffracté par Objet 1} + \text{Champ diffracté par Objet 2} &\neq \\ \text{Champ diffracté par Objets 1 + 2} & \end{aligned}$$

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

- ▶ C'est un problème **mal posé** : deux géométries très différentes peuvent produire des champs diffractés très proches.

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

- ▶ C'est un problème **mal posé** : deux géométries très différentes peuvent produire des champs diffractés très proches.

En fait une seule onde ne voit pas bien des **détails géométriques** $< \lambda/2$.

Problème inverse : décoder les ondes

Objectif:

Déterminer la forme d'un objet à partir de mesures du champ diffracté

Ce que nous étudions (mathématiquement) :

- ▶ **Modèle** : quel modèle mathématique “simple” (si possible plus simple que les équations de Maxwell) serait capable de bien reproduire les mesures.
- ▶ **Identifiabilité** : Est-ce que les mesures sont suffisantes ou pas pour déterminer de manière unique la géométrie.
- ▶ **Algorithme** : En général la preuve d'unicité est constructive, c.à.d. qu'elle contient en elle même un algorithme pour retrouver la forme.
- ▶ **Stabilité** : Comment stabiliser l'algorithme d'inversion par rapport aux erreurs de mesure.

Exemple de l'imagerie par diffraction des rayons X

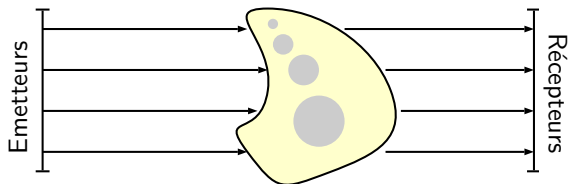
Longueur d'onde λ de l'ordre de l'Angström = $10^{-10}m$.

En principe il est possible d'utiliser ces ondes pour voir des **nano-objets** !

Restriction : à cette échelle de longueur d'onde il n'est possible de mesurer que l'**intensité de l'onde**.

Exemple de l'imagerie par diffraction des rayons X

Exemple de l'imagerie conventionnelle par rayon X (tomographie) : on exploite l'**absorption** des rayons X.

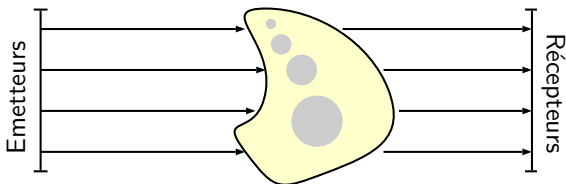


⇒ ne permet pas d'accéder à la structure d'échantillons hétérogènes mais de constituants uniformément équirépartis.

Exemple: **poussières de nanoparticules**.

Exemple de l'imagerie par diffraction des rayons X

Exemple de l'imagerie conventionnelle par rayon X (tomographie) : on exploite l'**absorption** des rayons X.



⇒ ne permet pas d'accéder à la structure d'échantillons hétérogènes mais de constituants uniformément équirépartis.

Exemple: **poussières de nanoparticules**.

Technique SAXS : exploite la diffraction à faible angle de diffusion.

Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Illustration de la diffraction à faible angle

Particule parfaitement opaque

Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

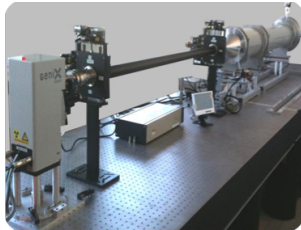
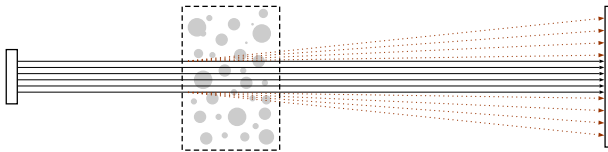
Illustration de la diffraction à faible angle

Particule à faible contraste (presque transparente)

Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Schéma de mesures SAXS



Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Éléments de modélisation

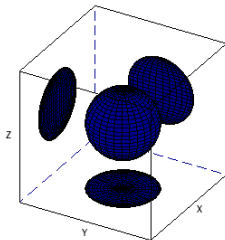
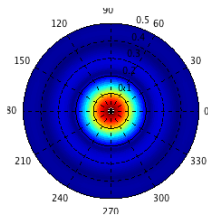
- ▶ Il est possible de calculer (modèle haute fréquence) les empreintes à faible angle d'un objet **faiblement diffractant**

Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Éléments de modélisation

- ▶ Il est possible de calculer (modèle haute fréquence) les empreintes à faible angle d'un objet **faiblement diffractant**

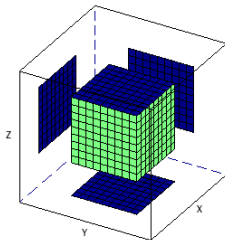
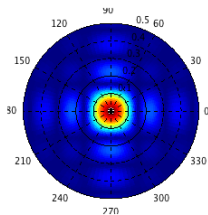


Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Éléments de modélisation

- ▶ Il est possible de calculer (modèle haute fréquence) les empreintes à faible angle d'un objet **faiblement diffractant**

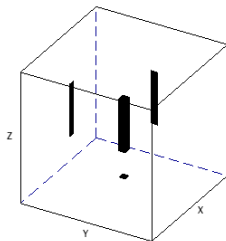
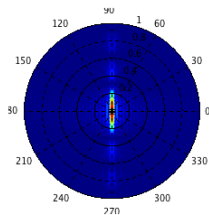


Technique SAXS

Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Éléments de modélisation

- ▶ Il est possible de calculer (modèle haute fréquence) les empreintes à faible angle d'un objet **faiblement diffractant**



Technique SAXS

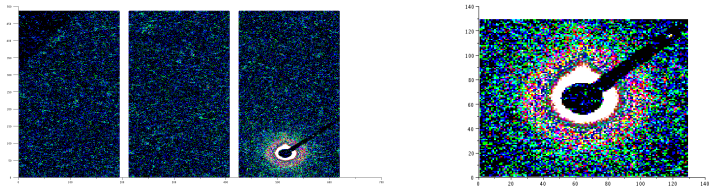
Projet Nanolytix en collaboration avec Xenocs

Éléments de modélisation

- ▶ Il est possible de calculer (modèle haute fréquence) les empreintes à faible angle d'un objet **faiblement diffractant**
 - ▶ Pour un ensemble de particules **éloignées** (par rapport à la longueur d'onde) : Il est possible de **négliger l'interaction entre les particules**,
- ⇒ un modèle linéaire (mais mal posé !) liant la densité de particules à l'intensité du champ diffracté mesurée.

Un exemple d'inversion de mesures SAXS

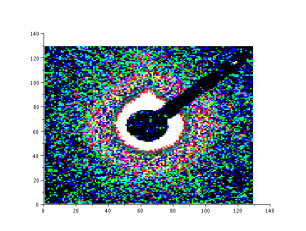
- ▶ L'inversion doit être robuste par rapport à la structure **fortement contaminée** des mesures



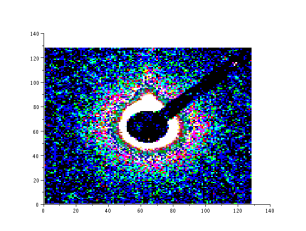
- ▶ En réalité, chaque capteur **compte le nombre de photons** reçus (le détecteur s'incrémente de 1 dès qu'il reçoit une quantité d'énergie égale à celle d'un photon)

Un exemple d'inversion de mesures SAXS

- ▶ L'inversion doit être robuste par rapport à la structure **fortement contaminée** des mesures



Mesures avec échantillon



Mesures sans échantillon

- ▶ En réalité, chaque capteur **compte le nombre de photons** reçus (le détecteur s'incrémente de 1 dès qu'il reçoit une quantité d'énergie égale à celle d'un photon)
- ▶ Il faut tenir compte également du **bruit de fond** de l'appareil de mesure !

Un exemple d'inversion de mesures SAXS

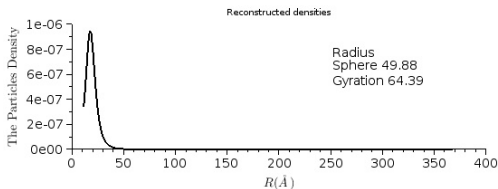
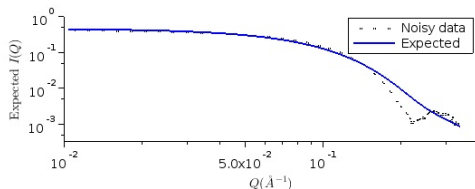
In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.

Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

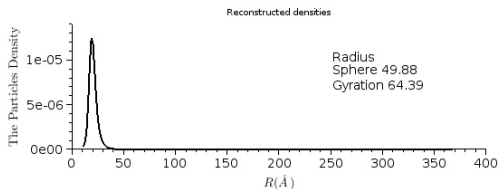
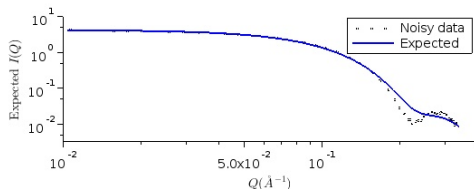
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

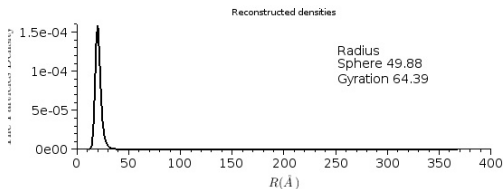
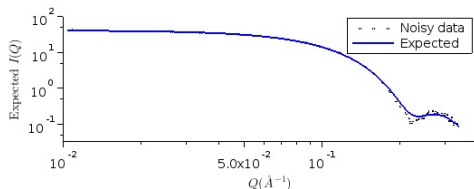
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

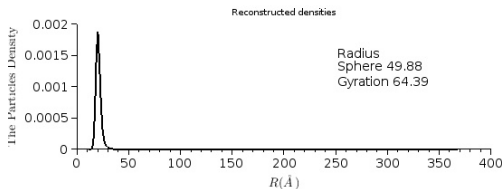
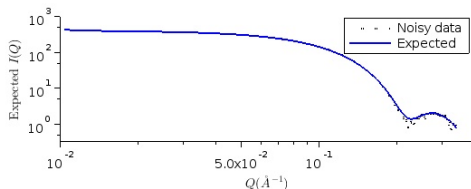
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

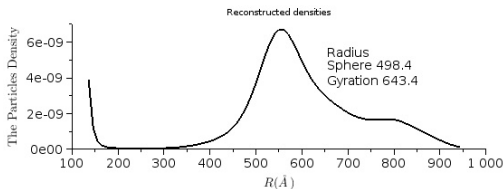
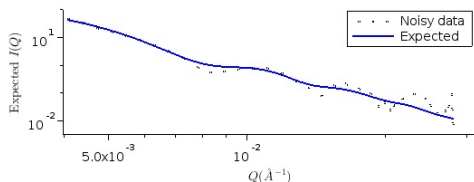
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

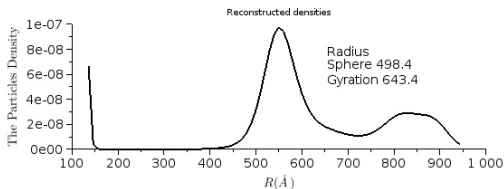
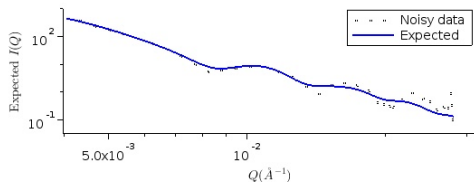
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

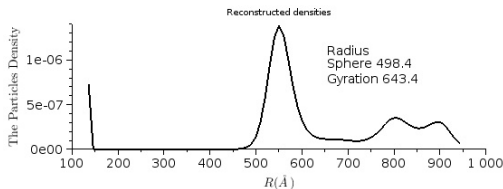
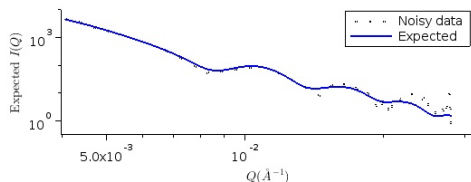
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à postériori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

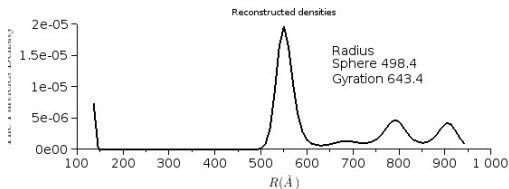
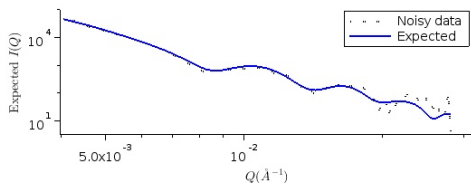
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à posteriori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



Un exemple d'inversion de mesures SAXS

In collaboration with F. Benvenuto (PostDoc DEFI)

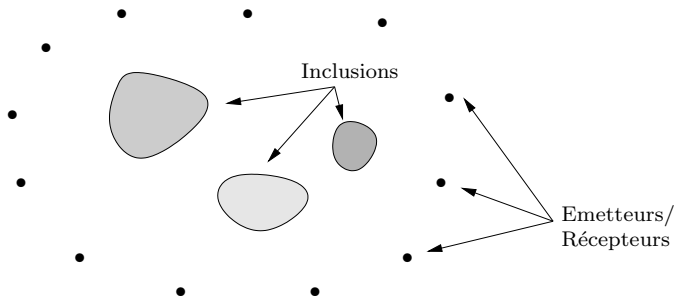
- ⇒ Une approche de régularisation adaptée à des erreurs de mesures aléatoires suivant une lois de Poisson,
- ⊕ un choix à posteriori robuste du paramètre de régularisation lié au degrés de confiance que l'on met sur les mesures.



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

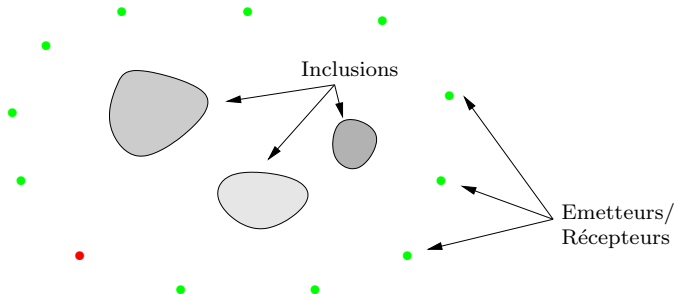
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

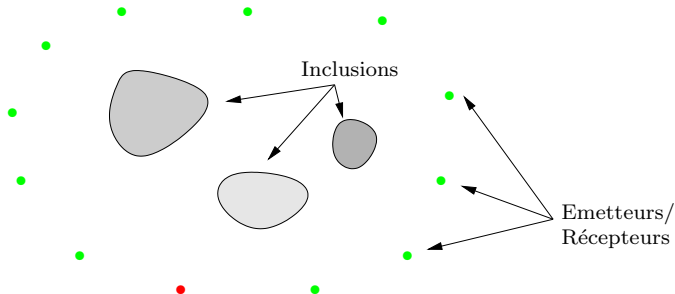
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

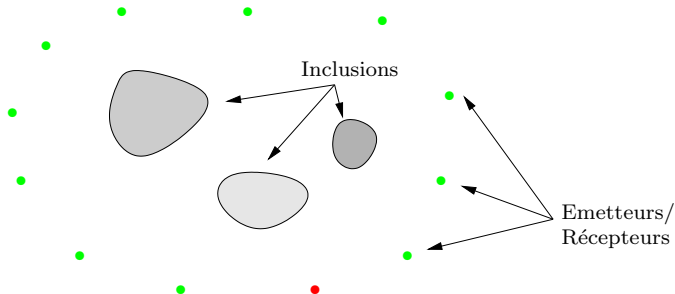
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

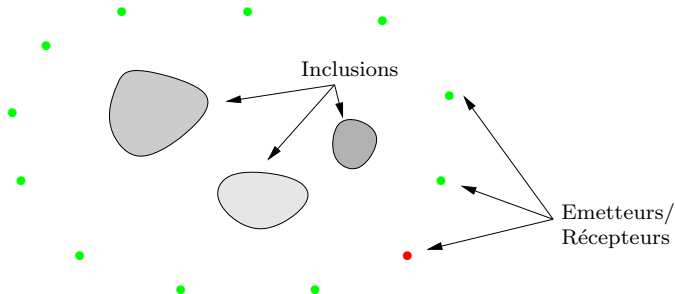
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

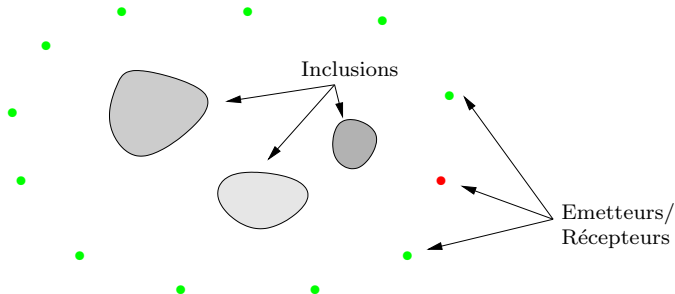
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

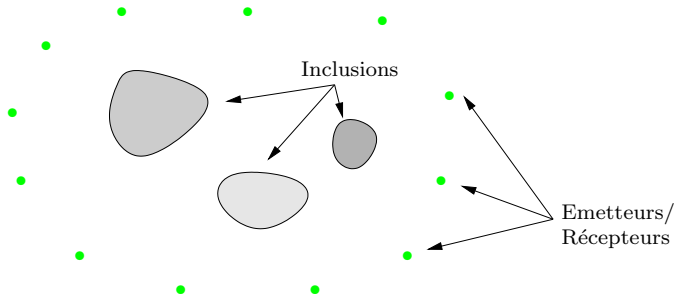
Schéma de mesures dites **multi-statiques** :



L'imagerie par micro-ondes

- ▶ Nous sommes dans le régime λ comparable à la taille de l'objet.
- ▶ Il est possible de mesurer la **répartition spatiale** de l'onde diffractée.

Schéma de mesures dites **multi-statiques** :

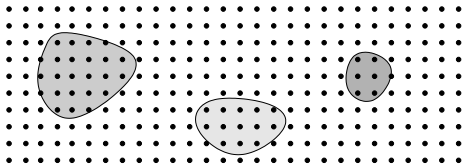


- ▶ Le problème inverse est **fortement non-linéaire** (modèles linéarisés ne sont pas fiables)

Principe des méthodes d'échantillonnage

Principe :

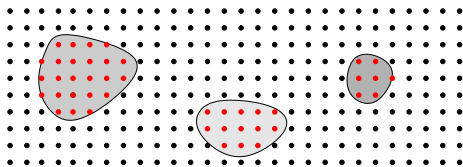
1. Quadriller le milieu sondé avec des points (échantillonnage).



Principe des méthodes d'échantillonnage

Principe :

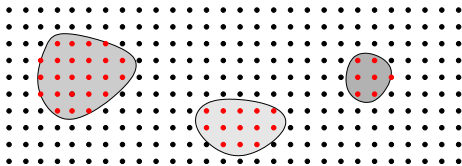
1. Quadriller le milieu sondé avec des points (échantillonnage).
2. Evaluer pour chaque point **un critère** qui indique si le point est à l'extérieur ou à l'intérieur de l'objet.



Principe des méthodes d'échantillonnage

Principe :

1. Quadriller le milieu sondé avec des points (échantillonnage).
2. Evaluer pour chaque point **un critère** qui indique si le point est à l'extérieur ou à l'intérieur de l'objet.

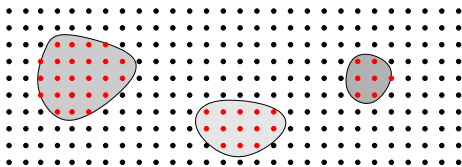


Comment construire ce critère ?

Principe des méthodes d'échantillonnage

Principe :

1. Quadriller le milieu sondé avec des points (échantillonnage).
2. Evaluer pour chaque point **un critère** qui indique si le point est à l'extérieur ou à l'intérieur de l'objet.



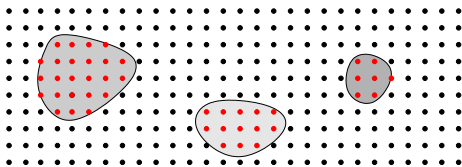
Exemple de la LSM :

- ▶ Certaine combinaison de mesures approche l'onde émise par un point source si ce point est à l'intérieur des objets.
- ▶ Aucune combinaison de mesures ne permet d'approcher de manière stable l'onde émise par un point source si ce point est à l'extérieur des objets.

Principe des méthodes d'échantillonnage

Principe :

1. Quadriller le milieu sondé avec des points (échantillonnage).
2. Evaluer pour chaque point **un critère** qui indique si le point est à l'extérieur ou à l'intérieur de l'objet.



Avantages/Restrictions:

- ⊕ Pas besoin de simulateur numérique du problème de diffraction \Rightarrow méthode très rapide.
- ⊖ Il faut beaucoup de mesures / seule la géométrie est donnée.

Une seule équation

- ▶ LSM pour des mesures de champ proche

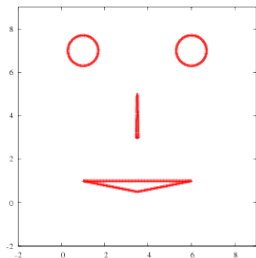
$$\int_{\Gamma} u^s(x, y) g_z(x) ds(x) \simeq \Phi(y, z); \quad \text{Critère : } \mathcal{G}(z) = 1/\|g_z\|.$$

- ▶ Plusieurs variantes ont été proposées se différenciant suivant le **choix** de l'opérateur de mesure et/ou le calcul de \mathcal{G} .

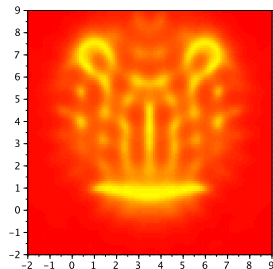
(Linear Sampling Method (Colton-Kirsch, 1996), Factorization method (Kirsch, 1998), Probe Method (Potthast, 2001), Reciprocity Gap Sampling Method (Colton-Haddar, 2005), GLSM (Audibert-Haddar (2013), ...)

- ▶ Contributions principales de **DeFI**: analyse théorique et numérique du problème **électromagnétique** et **acoustique** (3-D), extension pour des données **multi-harmoniques**.

Exemples pour le fun !

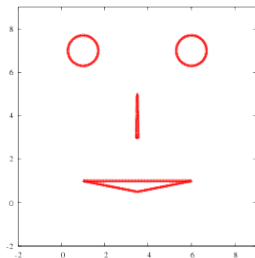


Géométrie exacte

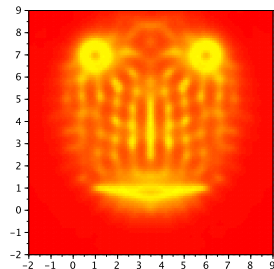


Reconstruction avec $\lambda = 2$

Exemples pour le fun !

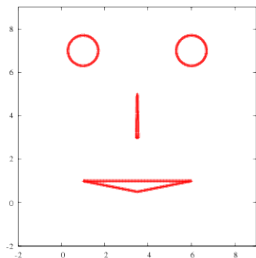


Géométrie exacte

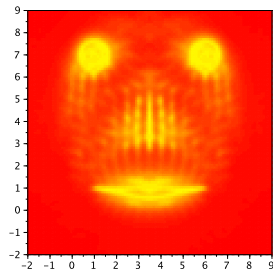


Reconstruction avec $\lambda = 1.5$

Exemples pour le fun !

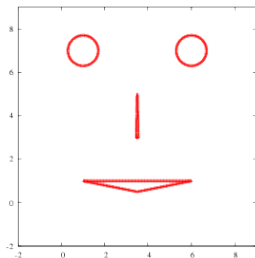


Géométrie exacte

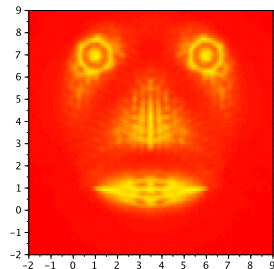


Reconstruction avec $\lambda = 1.0$

Exemples pour le fun !



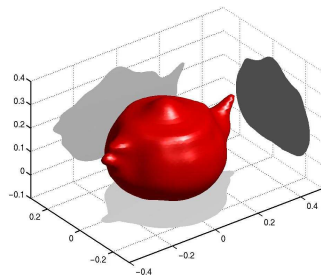
Géométrie exacte



Reconstruction avec $\lambda = 0.7$

Exemples 3D pour le fun !

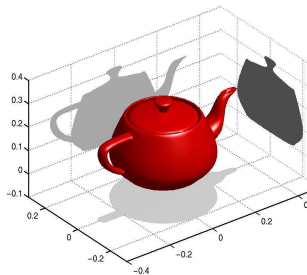
En collaboration avec F. Collino et M'B Fares (CERFACS)



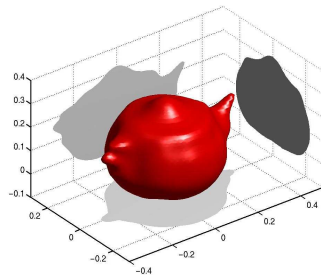
Reconstruction avec $\lambda = 0.225$

Exemples 3D pour le fun !

En collaboration avec F. Collino et M'B Fares (CERFACS)



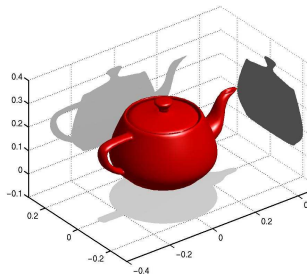
Géométrie exacte



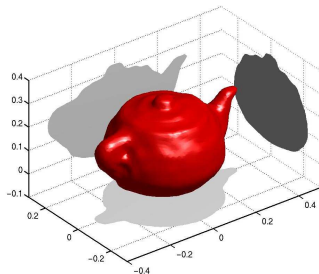
Reconstruction avec $\lambda = 0.225$

Exemples 3D pour le fun !

En collaboration avec F. Collino et M'B Fares (CERFACS)



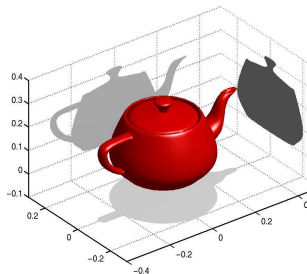
Géométrie exacte



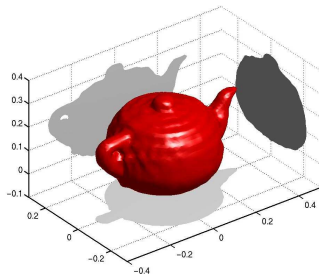
Reconstruction avec $\lambda = 0.112$

Exemples 3D pour le fun !

En collaboration avec F. Collino et M'B Fares (CERFACS)



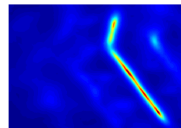
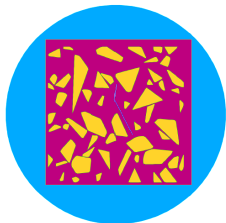
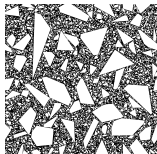
Géométrie exacte



Reconstruction avec $\lambda = 0.075$

Applications actuelles

- ▶ Recherche/Caractérisation de fissures dans du béton.
Thèse de L. Audibert, en collaboration avec EDF R&D .
Problématique : milieux très hétérogène de structure inconnue.



- ▶ Recherche de mines enfouies dans des sols secs via un radar héliporté.
Thèse de M. Lakhel FUI project Tandem,
Problématique : les mesures ne sont pas multi-statiques.

Conclure avec un peu de science fiction

Est-ce qu'un objet peut être invisible à toutes les ondes ?



Conclure avec un peu de science fiction

Est-ce qu'un objet peut être invisible à toutes les ondes ?

En théorie oui ([Greenleaf et al 2003](#), [Pendry et al 2006](#)) !

Il suffit de l'entourer d'une cape d'invisibilité : couche anisotrope formée de matériaux bien choisis.

Conclure avec un peu de science fiction

Est-ce qu'un objet peut être invisible à toutes les ondes ?

En théorie oui (Greenleaf et al 2003, Pendry et al 2006) !

Il suffit de l'entourer d'une cape d'invisibilité : couche anisotrope formée de matériaux bien choisis.

Principe de construction de la cape : Lorsqu'on fait rétrécir l'objet jusqu'à devenir très petit devant la longueur d'onde, la cape (dilatée) doit avoir les mêmes propriétés physiques que le vide.

Conclure avec un peu de science fiction

Est-ce qu'un objet peut être invisible à toutes les ondes ?

En théorie oui ([Greenleaf et al 2003](#), [Pendry et al 2006](#)) !

Il suffit de l'entourer d'une cape d'invisibilité : couche anisotrope formée de matériaux bien choisis.

Un des problèmes : les matériaux qui permettent l'invisibilité **ne sont pas physiques**.

Par contre ils peuvent être "simulés" par des **métamatériaux** : agencement périodique de très petits résonateurs.

⇒ [ANR METAMATH](#)

Conclure avec un peu de science fiction

Est-ce qu'un objet peut être invisible à toutes les ondes ?

En théorie oui ([Greenleaf et al 2003](#), [Pendry et al 2006](#)) !

Il suffit de l'entourer d'une cape d'invisibilité : couche anisotrope formée de matériaux bien choisis.

Un des problèmes : les matériaux qui permettent l'invisibilité **ne sont pas physiques**.

Par contre ils peuvent être "simulés" par des **métamatériaux** : agencement périodique de très petits résonateurs.

⇒ [ANR METAMATH](#)

Mais c'est une autre histoire !